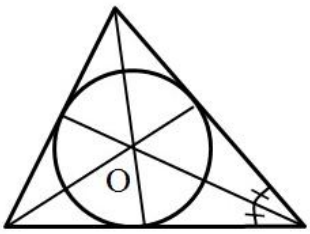
В 17 задании ОГЭ по математике необходимо решить простую задачу по геометрии. Для успешного решения необходимо обладать базовыми знаниями по геометрии вообще, так как сложно выделить какую-то одну тему, по которой даны задания. Это относится ко всему модулю геометрии. Я рекомендую повторить понятия центральные и вписанные углы, свойства касательных к окружности, взаимосвязь между радиусом описанной или вписанной окружности в геометрические фигуры — в первую очередь прямоугольный треугольник и квадрат.
По спецификации ОГЭ здесь могут встретиться задания, связанные с необходимостью нахождения длин, углов и площадей.
Ответом в задании 17 является целое число или конечная десятичная дробь.

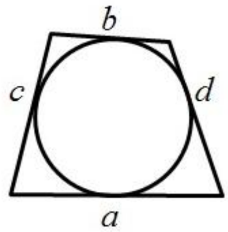
Теория к заданию №17

Несмотря на то, что в задании №17 могут потребоваться любые знания по геометрии, в данном разделе мы разберем теорию по теме «окружность».

Начнем рассмотрение с понятия ***вписанная окружность***:

1. Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.
2. Если окружность вписана в произвольный четырехугольник, тогда попарные суммы противолежащих сторон равны между собой: a + b = c + d





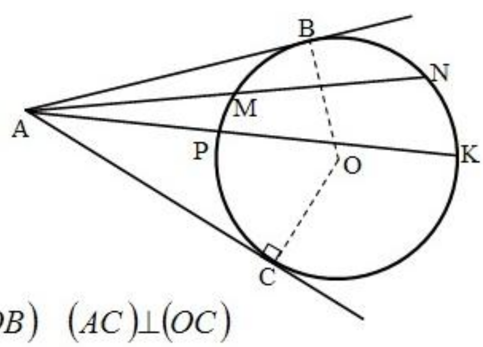
Длинна окружности и площадь:

Длина окружности: $l=\pi \cdot d=2\pi \cdot R$

Площадь круга: $S=\pi \cdot R^2$

Касательная и секущая:

- ***Касательная – прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.***
- ***Секущая – прямая, имеющая с окружностью две общие точки.***



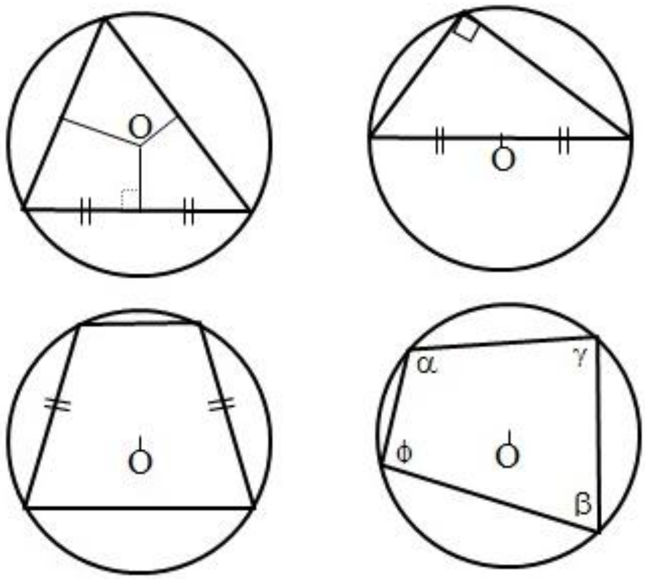
$$(AB)\perp(OB) \quad (AC)\perp(OC)$$

$$|AB| = |AC|$$

$$|AM|\cdot|AN| = |AP|\cdot|AK| = |AB|^2$$

Описанная окружность и её свойства:

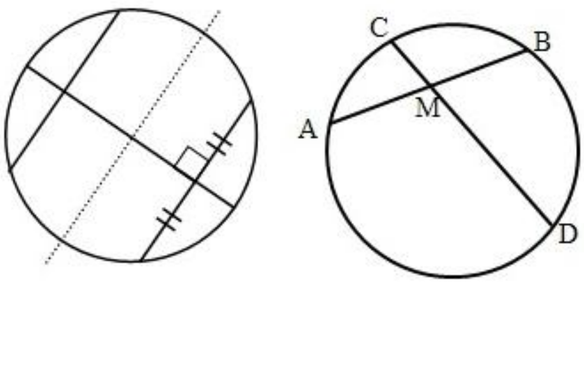
1. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы.
2. Около трапеции можно описать окружность только тогда, когда трапеция равнобочная.
3. Если окружность описана около произвольного четырехугольника, тогда попарные суммы противолежащих углов равны между собой.



Хорда – отрезок, соединяющий две точки окружности.

- Диаметр, делящий хорду пополам, перпендикулярен хорде.
- В окружности равные хорды равноудалены от центра окружности.
- Отрезки пересекающихся хорд связаны равенством:

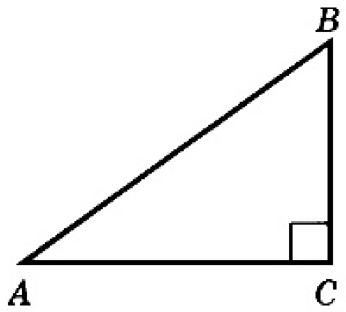
$$|AM| \cdot |MB| = |CM| \cdot |MD|$$



Ниже я разобрал три различных примера 17 задания.

Пример 1:

В треугольнике ABC известно, что AC = 16, BC = 12, угол C равен 90º. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Решение:

Для решения необходимо вспомнить, что центр описанной около прямоугольного треугольника окружности расположен в середине гипотенузы. То есть гипотенуза является диаметром, а её половина — радиусом.

По теореме Пифагора найдем гипотенузу AB:

$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

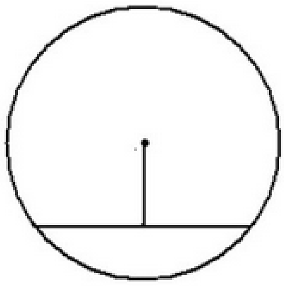
$AB = \sqrt{400} = 20$

Гипотенуза равна 20, значит радиус — 10.

Ответ: 10

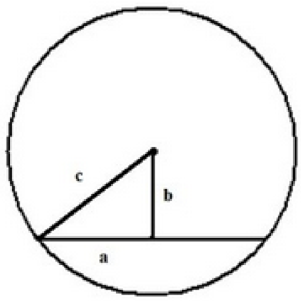
Пример 2.

Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.



Решение:

Для решения данной задачи необходимо провести радиус окружности к точке начала хорды:



Получаем прямоугольный треугольник, где гипотенуза c — радиус и равна 13 см, b — расстояние до хорды — 5 см. По теореме Пифагора находим катет a:

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = c^2 - b^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

Откуда

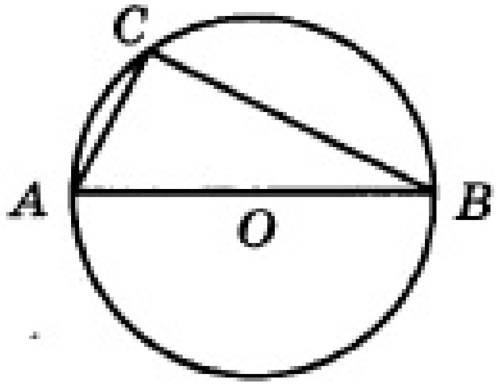
$a = \sqrt{144} = 12$

Но a — лишь половина хорды, поэтому вся хорда равна 2 • a = 24

Ответ: 24

Пример 3

Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 10. Найдите BC, если AC=16



Решение:

Сторона AB треугольника ACB является диаметром окружности. Это означает, что угол ACB опирается на диаметр. Тогда угол ACB равен 90^0, и, следовательно, ΔACB прямоугольный.

Если ΔACB прямоугольный, то для нахождения одной из его сторон можно применить т.Пифагора. По т.Пифагора

$$AC^2+BC^2=AB^2$$

По условию AC=16, радиус окружности R=10. Если R=10, то $AB=2R=2\cdot 10=20$.

Тогда получим:

$BC^2=AB^2-AC^2$

$BC^2=20^2-16^2= 144$

BC=12

Ответ: 12